

数 学

次の にあてはまるものを解答欄にマークせよ。

必答問題

1.

(1) 関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 5$ は $x = -2$ で極大値 5 をとる。このとき、

$$a = \boxed{\text{ア}}, \quad b = \boxed{\text{イ}}$$

である。

(2) 点 O が $\triangle ABC$ の外心で、 $\angle OCA = 10^\circ$ 、 $\angle OAB = 50^\circ$ のとき、 $\angle OBC$ は $^\circ$ である。

(3) 等差数列 $\{a_n\}$ について、 $a_2 + a_6 + a_{10} = 5454$ 、 $a_7 + a_{11} = 3432$ となるとき、初項から第 n 項までの和が最大となるのは第 項のときである。

(4) 次のデータは、ある 7 人の数学のテスト（100 点満点）の得点である。

50 61 42 63 51 82 71

このときの標準偏差は $\sqrt{\text{キクケ}}$ である。

必答問題

2. 平行四辺形 ABCD の対角線の交点を O , 線分 BO の中点を P とする。また, 辺 CD の中点を M とし, AM と BD の交点を Q とする。

線分 PO, OQ は, $PO = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} BO$, $OQ = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} OD$ であることから,

$$PO = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} BD, \quad OQ = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} BD$$

となり, 線分 PQ は

$$PQ = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テト}}} BD$$

と表すことができる。したがって, 線分 PQ の長さは, 線分 BD の長さの $\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テト}}}$ 倍である。

また, $\triangle AQD$ の面積が 7 cm^2 であるとき, 平行四辺形 ABCD の面積は $\boxed{\text{ナニ}} \text{ cm}^2$ である。

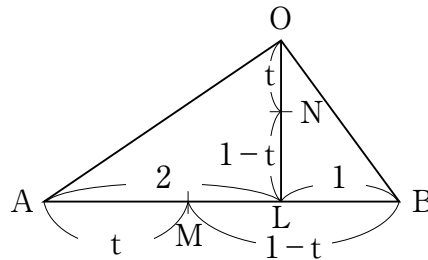
(次の頁に問題が続きます)

必答問題

3. $\triangle OAB$ において, $OA = 9$, $OB = 6$, $\angle AOB$ は鈍角, 面積は $\frac{27\sqrt{3}}{2}$ であるとする。また, 辺 AB 上に 2 点 L , M があり, 線分 OL 上に点 N があり,

$$AL : LB = 2 : 1, \quad AM : MB = ON : NL = t : (1 - t)$$

を満たしている。ただし, $0 < t < 1$ である。



(1) $\sin \angle AOB = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ であり, $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \boxed{\text{ノハヒ}}$ である。

(2) \vec{ON} , \vec{NM} は \vec{OA} , \vec{OB} を用いて

$$\vec{ON} = \frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}} t \vec{OA} + \frac{\boxed{\text{ホ}}}{\boxed{\text{マ}}} t \vec{OB}$$

$$\vec{NM} = \left(\boxed{\text{ニ}} - \frac{\boxed{\text{ム}}}{\boxed{\text{メ}}} t \right) \vec{OA} + \frac{\boxed{\text{モ}}}{\boxed{\text{ヤ}}} t \vec{OB}$$

と表される。

(3) \vec{NM} が \vec{AB} と垂直になるのは, $t = \frac{\boxed{\text{ユヨ}}}{\boxed{\text{ラリ}}}$ のときである。

必答問題

4. 関数 $y = 4 \sin x \cos x + 3 \sin x + 3 \cos x$ について、 $t = \sin x + \cos x$ として y を t の関数で表すと、

$$y = \boxed{\text{ル}} t^2 + \boxed{\text{レ}} t - \boxed{\text{ロ}}$$

となる。

ここで、 t の取り得る範囲は $-\sqrt{\boxed{\text{ワ}}} \leq t \leq \sqrt{\boxed{\text{ン}}}$ である。

よって、関数 y の最小値は $\frac{\boxed{\text{あいう}}}{\boxed{\text{え}}}$ 、最大値は $\boxed{\text{お}} + \boxed{\text{か}} \sqrt{\boxed{\text{き}}}$ となる。

(以 上)

(計 算 用 紙)